

土柱法の試験結果に基づくデータ同化による不飽和浸透特性の推定

工学部 伊藤 真一・酒匂 一成

1. はじめに

不飽和地盤における浸透挙動を定量的に把握するためには、不飽和浸透特性(水分特性曲線および体積含水率もしくは圧力水頭に対する不飽和透水係数の関数)が必要である。不飽和浸透特性を求めるための方法として、従来から保水性試験や透水試験が用いられてきた¹⁾。本研究では、その中でも保水性試験に着目する。保水性試験は、土中水のポテンシャルが平衡状態に達した際の含水比や体積含水率などを用いて水分特性曲線を求める。しかし、地盤工学会基準(JGS 0151-2009)²⁾には、平衡に達する時間の長い試験法も多いこと、平衡状態の確認が難しい場合があることなどの留意点が記載されており、これらが保水性試験を難しくしている要因の1つであると考えられる。そこで、試験途中における経時的な計測データを有効に活用して短時間で水分特性曲線を算出することができれば、保水性試験方法として有用であると考えられる。

筆者らはこれまでに、逐次型データ同化手法の一種である粒子フィルタ³⁾を用いて、降雨量と体積含水率の現地計測データに基づく浸透解析モデルのデータ同化を行ってきた^{4),5)}。その結果、データ同化によって推定された浸透解析モデルを用いると、データ同化に使用した現地計測データより降雨強度の高い場合の計測データも良好に再現できること、粒子フィルタの中でも融合粒子フィルタ(Merging Particle Filter, 以下MPF)⁶⁾が、浸透解析モデルを推定するためのアルゴリズムとして有効であることなどを明らかにした。

本研究では、土試料としては豊浦砂を用いて土柱法による保水性試験を行い、それによって得られた体積含水率の計測データとMPFによるデータ同化を組み合わせることで、豊浦砂の不飽和浸透特性の推定を試みる。本研究の新規性は、不飽和浸透特性のデータ同化という問題において、保水性試験のような境界条件が既知水頭境界となる場合のデータ同化を新たに試みた点である。

2. 土柱法による保水性試験

(1) 土柱法の概要

土柱法は重力場において、自由水面上に立てられた土柱が吸水・排水を行って平衡に達した際の供試体の高さから自由水面の高さの差から圧力水頭を求める試験法である¹⁾。この試験法は、圧力水頭が小さい領域(高サクション域)になるほど土柱が長くなり、さらに不飽和透水係数が低下するため、平衡に至るまでの時間が極度に増加する等の理由から、地盤工学会基準(JGS 0151-2009)では基準化されていない²⁾。しかし、土柱法は、特別な試験装置は必要なく比較的簡易に保水性試験を実施できるという利点もある¹⁾。

図-1は土柱法において平衡状態に達した際の水頭分布を示している。自由水面の高さを基準面、上向き正とすると、平衡状態に達した際のピエゾ水頭は全ての高さで0cmとなる。そのため、圧力水頭は図-1に示すようなマイナスの三角形分布となる。土柱内に土壌水分計を設置し、この時の体積含水率を計測すれば、圧力水頭と体積含水率の関係である水分特性曲線のプロットを推定できる。しかし、体積含水率の計測データだけでピエゾ水頭が0cmに収束しているかどうかを判断するのは難しいという問題点がある。

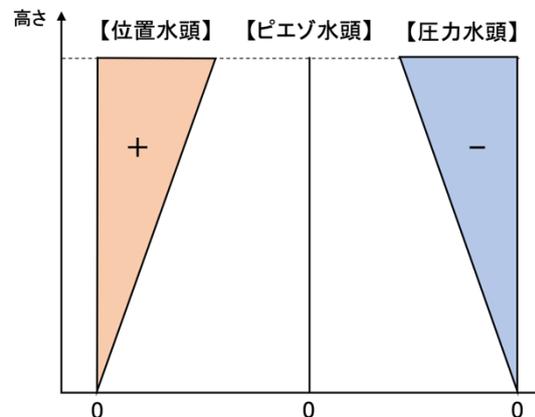


図-1 平衡状態に達した際の水頭分布

(2) 試験概要と試験結果

図-2 は本研究で用いた試験装置の概要を示している。内径 19cm、厚さ 0.5cm、高さ 40cm のアクリル円筒を 2 本用いて片方を水タンクとして、もう片方には高さ 30cm の供試体を所定の空隙比 ($e = 1.0$) になるように締固めて土柱を作製した。図-2 に示すように、水タンクには常に水を供給し、水タンク内の所定の高さでオーバーフローさせることで、土柱に作用する水頭を制御した。土試料としては豊浦砂 ($\rho_s = 2.64$) を用いて、供試体の初期飽和度は $S_r = 10.0\%$ とした。土壌水分計 (Decagon Device 社製, EC-5) は底面の自由水面から 10cm、20cm の高さにそれぞれ設置し、出力電圧と体積含水率の関係は事前に行ったキャリブレーション試験の結果に基づいて算出した。

図-3 は土柱法による体積含水率の計測データを示している。試験開始直後に高さ 10cm の体積含水率が上昇し、その後、高さ 20cm の体積含水率も上昇している。その後は、高さ 10cm の体積含水率の方が高さ 20cm におけるそれよりも常に高い状態を保ちながら平衡していることがわかる。

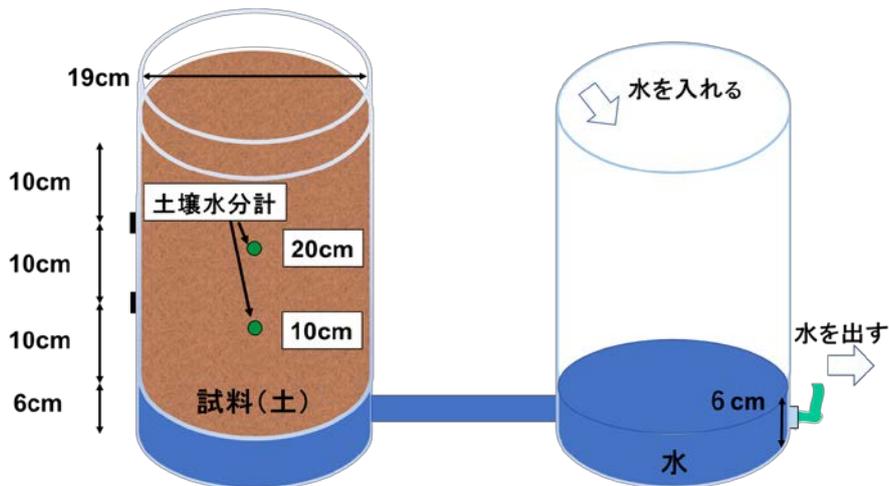


図-2 試験装置の概要

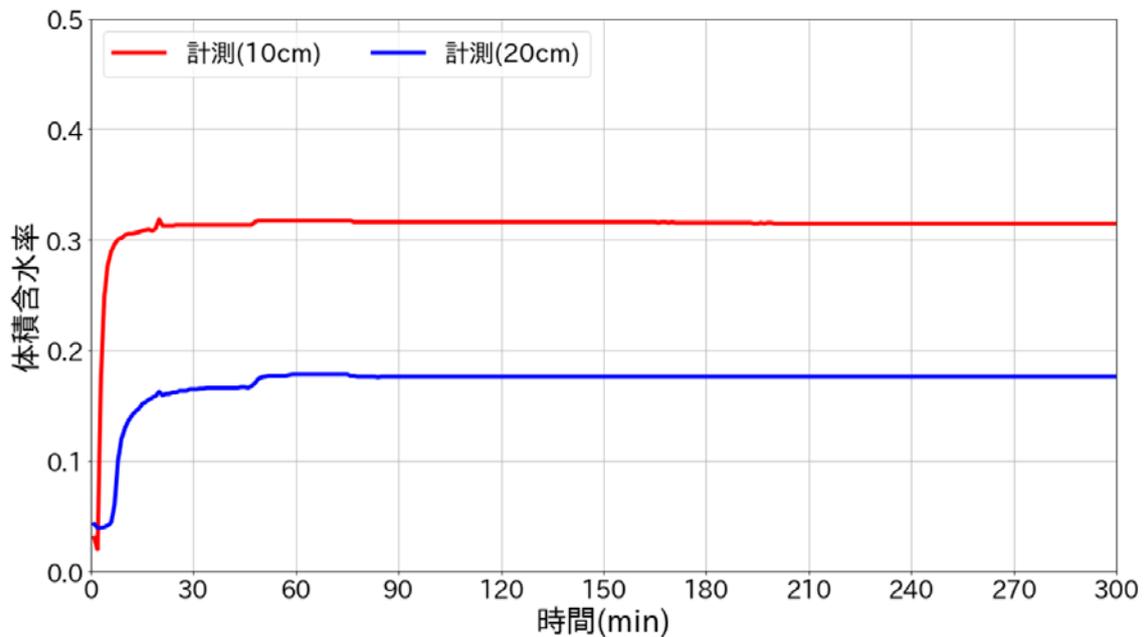


図-3 土柱法による体積含水率の計測データ

3. 解析手法

(1) 不飽和・飽和浸透流解析

不飽和・飽和浸透流解析で用いた支配方程式は次式である⁷⁾。

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \rho_w k(\psi) \bar{\nabla}(\psi + x_3) \\ = \left(n S_r \frac{d\rho_w}{d\psi} + \rho_w S_r \frac{dn}{d\psi} + \rho_w n \frac{dS_r}{d\psi} \right) \frac{\partial \psi}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 ρ_w は水の密度、 $k(\psi)$ は不飽和透水係数、 ψ は圧力水頭、 x_3 は位置水頭、 n は間隙率、 S_r は飽和度、 t は時間である。ここで、水の密度 ρ_w と間隙率 n が圧力水頭 ψ によって変化しないと仮定し、体積含水率 θ が $\theta = n S_r$ で表されること、間隙水の流れが一次元的であることを考慮すると、式(1)は式(2)に変形できる。

$$C \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ k(\psi) \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_3} + 1 \right) \right\} \quad (2)$$

水分特性曲線モデルとしては式(3)に示す van Genuchten モデル⁸⁾を、不飽和透水係数モデルとしては式(4)に示す Mualem モデル⁹⁾を用いた。

$$S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left\{ \frac{1}{1 + (-\alpha \cdot \psi)^n} \right\}^{1/n} \quad (3)$$

$$k(\psi) = k_s \cdot S_e^{0.5} \left\{ 1 - \left(1 - S_e^{n-1} \right)^{1/n} \right\}^2 \quad (4)$$

ここに、 S_e は有効飽和度、 θ_s は飽和体積含水率、 θ_r は残留体積含水率である。また、 α と n は水分特性曲線の形状を与えるパラメータであり、 k_s は飽和透水係数を表している。本研究において推定すべき未知パラメータは θ_s 、 θ_r 、 α 、 n 、 k_s の5種類であり、これらをMPFによって推定することにした。

(2) 融合粒子フィルタ (MPF)

MPF⁶⁾はシステムの状態に関する確率分布を粒子と呼ばれる多数の実現値集合で近似的に表現し、ベイズの定理を応用して各粒子の時間推移を数値的に表現するデータ同化手法である。それぞれの粒子は、数値解析モデル(初期条件、境界条件、パラメータなど)に関する情報と各モデルにおいて数値解析を行って算出される各時刻の物理量(本研究であれば体積含水率)を情報として有している。図-4はMPFの概念図を示している。MPFでは、(a)Prediction、(b)Filtering、(c)Resampling、(d)Mergingという4つの手順を逐次繰り返す。粒子数を N 個とすると、(a)Predictionでは、時刻 $t-1$ から t までのシミュレーションを N 通り行う。つまり、本研究では、未知パラメータの情報が異なる多数の不飽和・飽和浸透流解析を並列に行う。(b)Filteringでは、観測データに対する各粒子の解析結果の適合度に基づいて各粒子に対する尤度を計算する。(c)Resamplingでは、各粒子の尤度に基づいて復元抽出を行い、粒子を複製・消滅させる。この際にMPFでは、 kN 個(k は3以上の整数)のサンプルを復元抽出する。最後に、(d)Mergingを行い、 kN 個のサンプルを、 k 個ずつの組にして、それぞれの組ごとに重み付き和をとることで、 N 個の粒子を再度生成する。この手順を逐次繰り返すことで、事後分布が更新され、計測データとの適合度が高い数値解析モデルへと修正されていく。

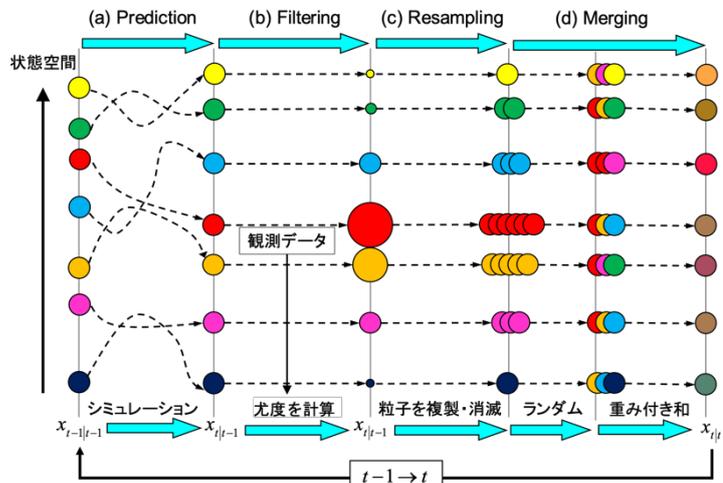


図-4 MPF の概念図

4. 解析結果

(1) 解析条件

図-5 は解析に用いた 1 次元解析モデルを示している。このモデルでは全ての高さで均一な 1 層モデルを仮定している。モデル底面の自由水面に既知水頭境界を設定して、圧力水頭 $\psi=0\text{cm}$ に固定した。モデル側面と上面は非排水境界とした。

データ同化には合計 500 個の粒子を用いた。500 個の粒子は、不飽和浸透特性(θ_s, α, n, k_s)の値が全て異なる。一様乱数を用いて初期の粒子を作成した。なお、図-3 に示す計測データの初期体積含水率が非常に低かったことを考慮して、本研究における θ_r は 0.0 に固定することにした。

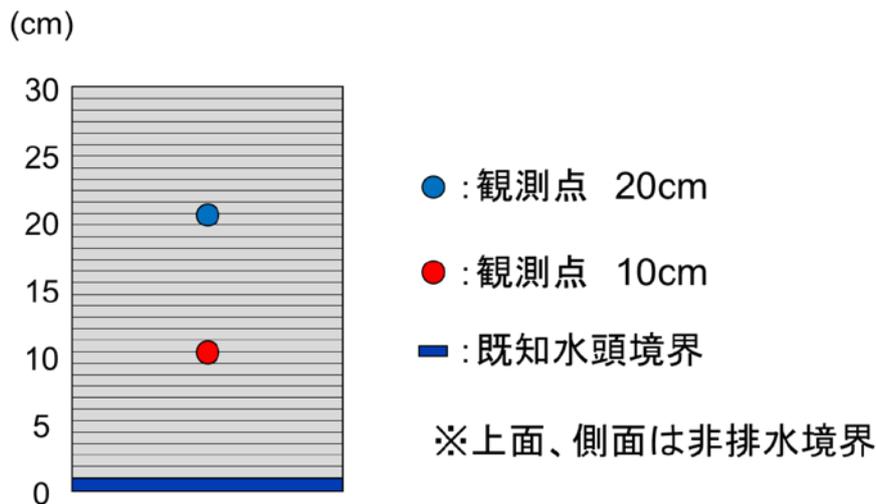


図-5 1次元解析モデル

(2) データ同化結果

図-6 はデータ同化結果を示している。同図は、データ同化によって算出された体積含水率の事後分布の経時変化を表している。実線が計測データであり、破線が事後分布の平均値 μ 、点線は事後分布における平均値 μ から $\pm \sigma$ の範囲を示している。事後分布の平均値は計測データと概ね合致しており、そのばらつきも小さい。このことから、データ同化を行うことで計測データを良好に再現可能な不飽和浸透特性を推定できているといえる。図-7 はデータ同化終了時における各不飽和浸透特性のヒストグラムを示している。同図は各不飽和浸透特性の事後分布であり、事前分布としては一様分布であったものがデータ同化によって、計測データに適合するように更新されている。この不飽和浸透特性の確率分布の更新を水分特性曲線で説明する。まず、一様乱数によって 500 通りの水分特性曲線が作成された。図-8 は作成された 500 本の曲線を示しており、これらの曲線の集合が事前分布である。同図より、ランダムに作成された事前分布は非常にばらついていることが分かる。この状態からデータ同化を行うことで、図-7 に示すようなヒストグラム(事後分布)が得られた。このヒストグラムから得られた 500 通りの水分特性曲線を図-9 に示す。図-8 と比較して明らかなように、水分特性曲線のばらつきが小さくなっている。これは事後分布に対応する不飽和浸透特性値を用いると、計測データを良好に再現できるためである。このように、MPF によるデータ同化は、最適解を求める方法ではなく、各パラメータを確率変数として考えてその事後分布をベイズの定理に従って更新する方法である。

以上の結果から、MPF によるデータ同化を行うことで、土柱法の計測データを良好に再現できる不飽和浸透特性の推定が可能であることがわかった。さらに、本研究の提案手法は、非常に簡易な試験方法であること、データ同化に用いた計測データは 300 分と短時間であり試験の準備から片付けを含めても 1 日以内での試験実施が可能なことなどを考慮すると、提案手法は新たな保水性試験の方法として有効であると考えられる。ただし、提案手法によって得られた不飽和浸透特性が地盤工学会基準(JGS 0151-2009)の試験方法によって得られた不飽和浸透特性と同等の値になるかを確認する必要がある。そのような試験結果の妥当性の検証は今後の課題としたい。

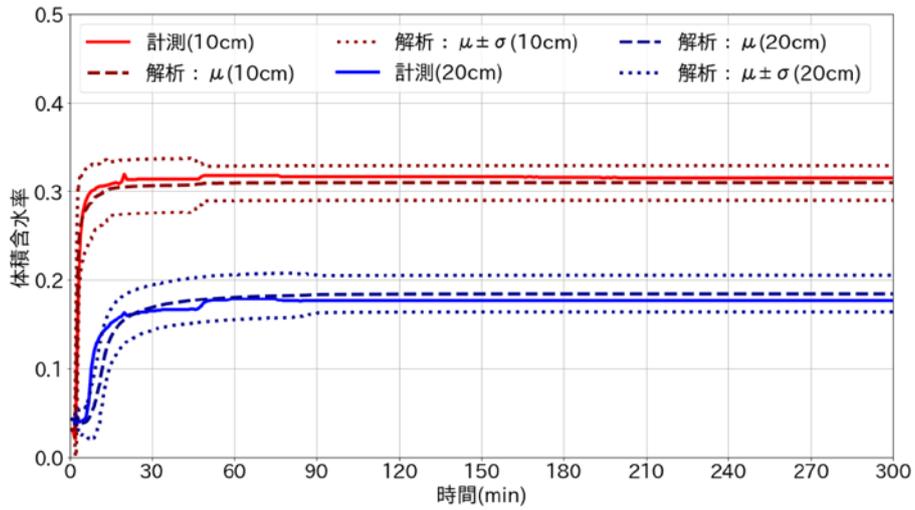


図-6 データ同化結果

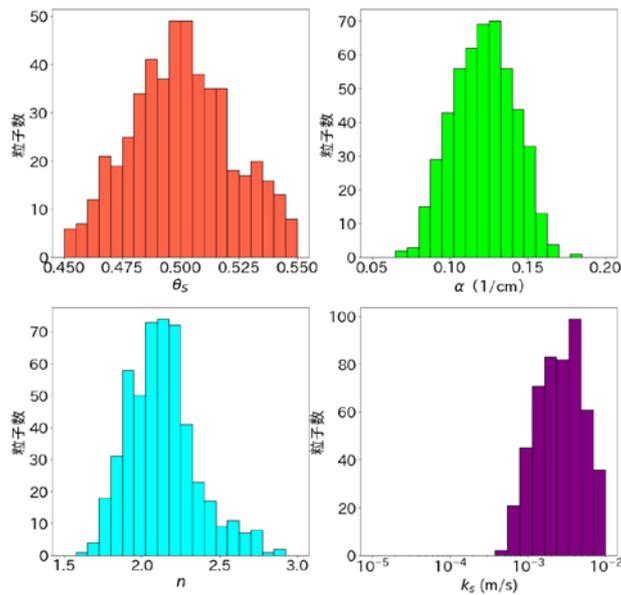


図-7 データ同化終了時における各不飽和浸透特性のヒストグラム

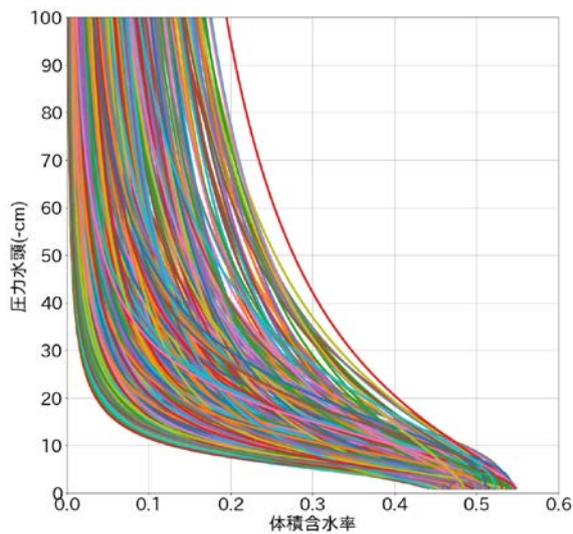


図-8 一様乱数によって作成された水分特性曲線

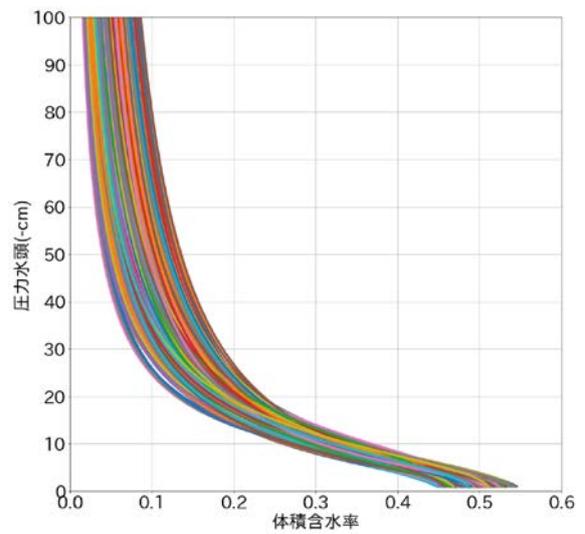


図-9 データ同化によって更新された水分特性曲線

5. まとめ

本研究では、土試料としては豊浦砂を用いて土柱法による保水性試験を行い、それによって得られた体積含水率の計測データと MPF によるデータ同化を組み合わせることで、豊浦砂の不飽和浸透特性の推定を試みた。その結果、本研究の提案手法を用いることで、簡易かつ短時間で土柱法の計測データを良好に再現できる不飽和浸透特性の推定が可能であることが明らかになった。今後は推定された不飽和浸透特性の妥当性を検証する予定である。

参考文献

- 1) 石田朋靖, 相馬尅之, 足立忠司, 河野英一, 飯竹重夫: pF の測定とその原理, 土と基礎, Vol.35, No.1, pp.61-66, 1987.
- 2) 地盤工学会編: 地盤材料試験の方法と解説, 第7章土の保水性試験, pp.162-173, 2009.
- 3) Kitagawa, G.: Monte carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models, *Journal of Computational Graphical Statistics*, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996.
- 4) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 臼木陽平: 現地計測結果に基づく土壌水分特性パラメータ同定に対する粒子フィルタの適用, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.72, No.4, pp.354-367, 2016.
- 5) 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 藤本彩乃, 越村謙正: 現地計測に基づく浸透解析モデルのデータ同化に対する融合粒子フィルタの有用性の検証, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.73, No.2(応用力学論文集 Vol.20), pp.I_45-I_54, 2017.
- 6) Nakano, S., Ueno, G., Higuchi, T.: Merging particle filter for sequential data assimilation, *Nonlinear Processes in Geophysics*, Vol.14, pp.395-408, 2007.
- 7) 赤井浩一, 大西有三, 西垣誠: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, No.264, pp.87-95, 1977.
- 8) van Genuchten, M: Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model, *Research report*, No.78-WR-08, Princeton Univ., 1978.
- 9) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water resources research*, Vol.12, pp.513-522, 1976.